

ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

6.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Первое промышленное применение трехфазных электрических цепей относится к концу XIX в. В их разработку внес большой вклад выдающийся русский инженер М. О. Доливо-Добровольский (1862—1919).

Трехфазные цепи синусоидального тока промышленной частоты позволяют эффективно решать комплексную проблему получения (трехфазными электромеханическими генераторами мощностью до 120 МВт), передачи на большие расстояния (трехфазными высоковольтными линиями передачи напряжением до 150 кВ), распределения (трансформаторами) и потребления трехфазными асинхронными и синхронными двигателями) электрической энергии.

Особенности конструкций и рабочие характеристики трехфазных генераторов, двигателей и трансформаторов будут рассмотрены в дальнейшем. Здесь лишь поясним принцип действия трехфазного источника электрической энергии синусоидального тока. Он подобен принципу действия однофазного источника электрической энергии синусоидального тока (см. подразд. 4.3), если в его конструкции (см. рис. 4.1) заменить один виток тремя изолированными витками, плоскости которых повернуты относительно друг друга на угол $2\pi/3$. Эти витки, иначе фазы, трехфазного источника обозначают прописными буквами латинского алфавита A, B, C.

Индукцируемые в витках синусоидальные фазные ЭДС имеют равные амплитуды, сдвинутые относительно друг друга по фазе на угол $2\pi/3$. Они обозначаются одноименными индексами и вычисляются по формулам

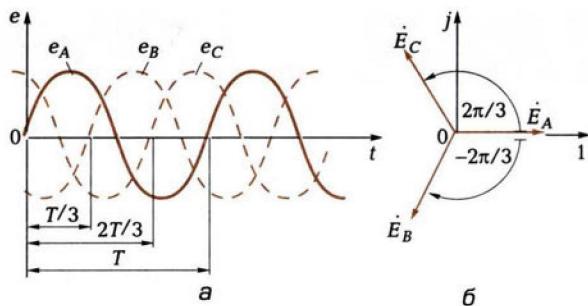


Рис. 6.1

$$\left. \begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t; \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 2\pi/3); \\ e_C &= E_m \sin(\omega t - 4\pi/3) = E_m \sin(\omega t + 2\pi/3). \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

Здесь с нулевой начальной фазой выбрана ЭДС фазы А.

На рис. 6.1, а показаны графики мгновенных значений фазных ЭДС, а на рис. 6.1, б — три вектора соответствующих им комплексных значений

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_A &= Ee^{j0} = E\angle 0 = E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}; \\ \dot{E}_B &= Ee^{-j2\pi/3} = E\angle(-2\pi/3) = E\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = Ea^2; \\ \dot{E}_C &= Ee^{j2\pi/3} = E\angle 2\pi/3 = E\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = Ea, \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

где комплексная величина $a = e^{j2\pi/3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$ называется *фазным множителем*.

Сумма мгновенных значений фазных ЭДС в любой момент времени и сумма комплексных значений фазных ЭДС равны нулю:

$$\left. \begin{aligned} e_A + e_B + e_C &= 0; \\ \dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

Возможны два способа соединения фаз (источников энергии и приемников) в составе трехфазной цепи — звездой и треугольником.

6.2. СОЕДИНЕНИЕ ФАЗ ИСТОЧНИКА ЭНЕРГИИ И ПРИЕМНИКА ЗВЕЗДОЙ

На рис. 6.2 приведена схема раздельного подключения трех фаз источника энергии к трем фазам приемника. Положительные направления фазных ЭДС определяют «начало» (A, B, C) и «концы» (X, Y, Z) фазных обмоток источника. Одноименными строчными буквами обозначаются выходы фаз приемника.

Соединение фаз источника и приемника звездой (условное обозначение \star) приведено на рис. 6.3, где выходы источника X, Y, Z и выходы приемника x, y, z объединены в узел N и узел n соответственно. Эти узлы называются *нейтральными точками* источника и приемника, а провод, соединяющий их, — *нейтральным проводом*. Остальные три провода, соединяющие одноименные выходы источника и приемника, называются *линейными*.

При расчете трехфазных цепей пользуются понятиями фазных и линейных токов и напряжений.

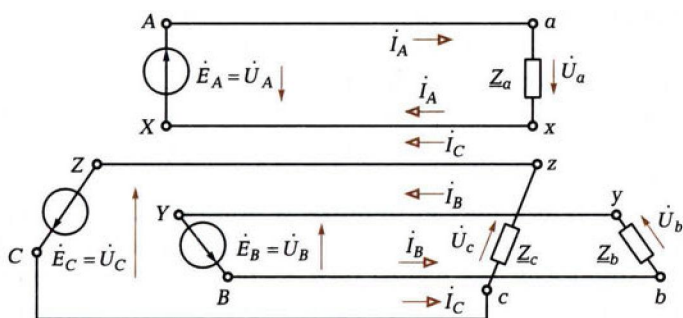


Рис. 6.2

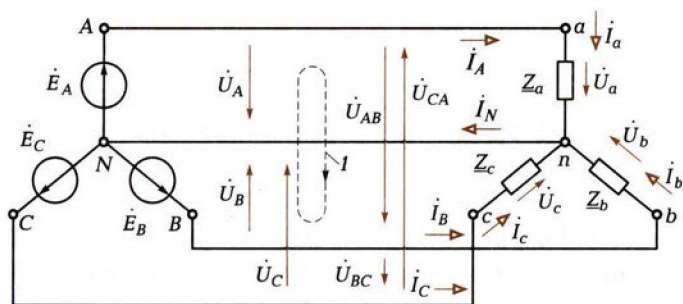


Рис. 6.3

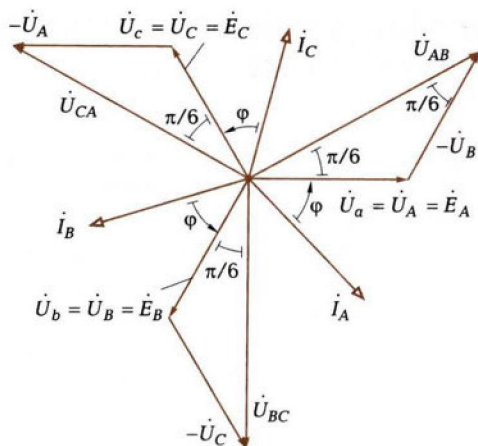


Рис. 6.4

Фазными токами и напряжениями называются токи в фазах источника и приемника и напряжения между выводами фаз.

Линейными токами и напряжениями называются токи в линейных проводах и напряжения между ними.

Для обозначения фазных величин источника и линейных величин будем пользоваться прописными буквами латинского алфавита A, B, C , для обозначения фазных величин приемника — строчными a, b, c .

При соединении фаз источника и приемника звездой одноименные фазные токи источника и приемника и соответствующий им линейный ток равны между собой. Пренебрегая сопротивлениями всех проводов, по закону Ома найдем фазные токи

$$\dot{I}_A = \dot{I}_a = \dot{E}_A / \underline{Z}_a; \dot{I}_B = \dot{I}_b = \dot{E}_B / \underline{Z}_b; \dot{I}_C = \dot{I}_c = \dot{E}_C / \underline{Z}_c \quad (6.4)$$

и ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C. \quad (6.5)$$

Приемник с одинаковыми сопротивлениями всех трех фаз

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\phi = \underline{Z}_\phi e^{j\varphi}$$

называется *симметричным*, с различным сопротивлением фаз — *несимметричным*. При симметричном приемнике токи всех фаз имеют одинаковые действующие значения I_ϕ и одинаковые сдвиги фаз φ относительно соответствующих фазных ЭДС (рис. 6.4), ток в ней-

тральном проводе (6.5) равен нулю. Поэтому в случае симметричного приемника, т. е. при симметричной нагрузке, нейтральный провод не нужен, а действующие значения всех линейных и фазных токов одинаковы:

$$I_{\lambda} = I_{\phi}. \quad (6.6)$$

Пренебрегая сопротивлениями всех проводов, составив уравнения по второму закону Кирхгофа для контура 1 на схеме рис. 6.3 и двух других аналогичных контуров и учтя, что

$$\dot{E}_A = \dot{U}_A = \dot{U}_a; \dot{E}_B = \dot{U}_B = \dot{U}_b; \dot{E}_C = \dot{U}_C = \dot{U}_c, \quad (6.7)$$

получим комплексные значения линейных напряжений

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{E}_A - \dot{E}_B = \dot{U}_A - \dot{U}_B = U_{\lambda} \angle \pi/6; \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{E}_B - \dot{E}_C = \dot{U}_B - \dot{U}_C = U_{\lambda} \angle (-\pi/2); \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{E}_C - \dot{E}_A = \dot{U}_C - \dot{U}_A = U_{\lambda} \angle 5\pi/6, \end{aligned} \right\} \quad (6.8)$$

где U_{λ} — действующее значение линейного напряжения; \dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C — напряжения между выводами фаз источника A , B , C и нейтральной точкой N .

Заметим, что принятая система обозначения фазных напряжений одним индексом не вполне корректна, так как не соответствует правилу обозначения напряжения двумя индексами (см. подразд. 2.3).

Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений при соединении фаз источника и приемника звездой дана на рис. 6.4. Вектор линейного напряжения \dot{U}_{AB} построен по первому уравнению системы (6.8) суммированием векторов \dot{U}_A и \dot{U}_B . Аналогично построены и остальные два вектора линейных напряжений.

Из треугольников напряжений следует, что при наличии нейтрального провода между действующими значениями линейных и фазных напряжений как при симметричной, так и при несимметричной нагрузке справедливо соотношение

$$U_{\lambda} = 2U_{\phi} \cos \pi/6 = \sqrt{3}U_{\phi}, \quad (6.9)$$

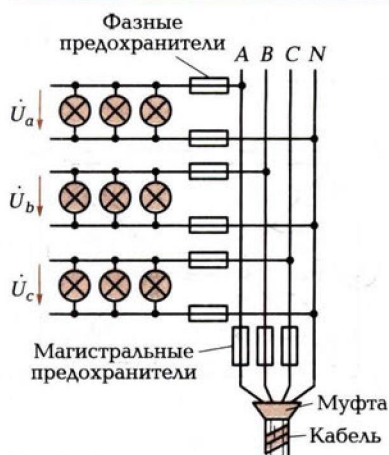


Рис. 6.5

например:

линейное напряжение $U_{\text{л}}$, В	660	380	220
фазное напряжение $U_{\text{ф}}$, В	380	220	127

Если симметричный приемник, например трехфазный двигатель, подключают к трехфазному источнику без нейтрального провода, то при подключении приемника с несимметричной нагрузкой нейтральный провод необходим, например, при подключении осветительных приборов с неопределенным временем работы (рис. 6.5).

При этом режим работы каждого осветительного прибора не зависит от их числа в фазах, а выключение одного магистрального предохранителя приводит к отключению осветительных приборов только одной фазы.

6.3. СОЕДИНЕНИЕ ФАЗ ИСТОЧНИКА ЭНЕРГИИ И ПРИЕМНИКА ТРЕУГОЛЬНИКОМ

На рис. 6.6, а приведены схемы отдельного подключения трех фаз источника энергии к трем фазам приемника, на рис. 6.6, б — схема соединения фаз источника и приемника треугольником (условное обозначение Δ).

Пренебрегая сопротивлениями всех проводов, фазные напряжения источника и приемника и соответствующие им линейные напряжения равны

$$\dot{E}_A = \dot{U}_{AB} = \dot{U}_{ab}; \dot{E}_B = \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{bc}; \dot{E}_C = \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{ca} \quad (6.10)$$

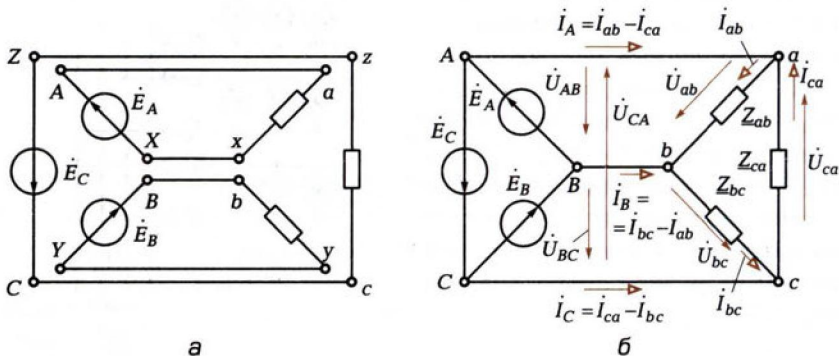


Рис. 6.6

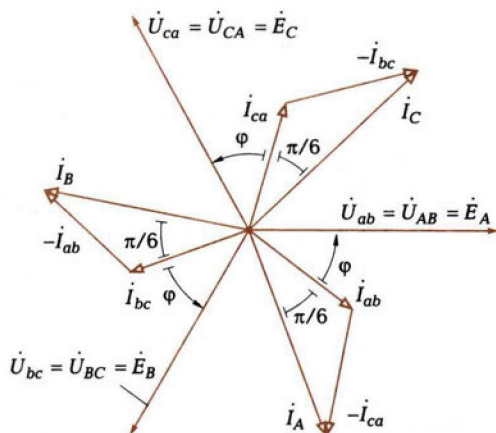


Рис. 6.7

и не зависят от сопротивления фаз приемника. Последнее означает, что действующие значения всех линейных и фазных напряжений одинаковы:

$$U_{\lambda} = U_{\phi}. \quad (6.11)$$

Фазные токи приемника и соответствующие им фазные токи источника определяют по формулам

$$i_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}}; i_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{bc}}; i_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z_{ca}}. \quad (6.12)$$

Линейные токи по первому закону Кирхгофа для узлов a , b , c равны

$$I_A = i_{ab} - i_{ca}; I_B = i_{bc} - i_{ab}; I_C = i_{ca} - i_{bc}. \quad (6.13)$$

При симметричном приемнике

$$Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z_{\phi} = Z_{\phi} e^{j\varphi} \quad (6.14)$$

все фазные токи имеют одинаковые действующие значения I_{ϕ} и сдвиги фаз φ относительно соответствующих фазных ЭДС и напряжений.

Векторная диаграмма напряжений и токов при симметричном приемнике показана на рис. 6.7. Из треугольников токов следует, что при симметричной нагрузке для действующих значений линейных и фазных токов справедливо соотношение

$$I_{\lambda} = 2I_{\phi} \cos \pi/6 = \sqrt{3}I_{\phi}. \quad (6.15)$$

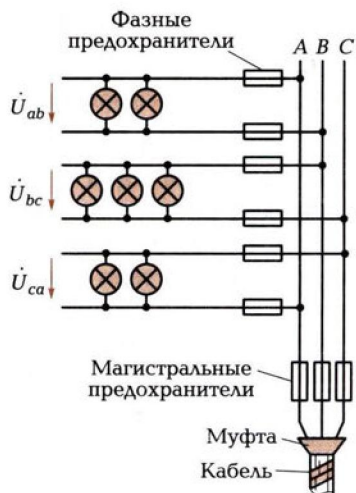


Рис. 6.8

Преимуществом соединения фаз источника энергии и приемника треугольником по сравнению с соединением звездой без нейтрального провода является взаимная независимость фазных токов.

Если осветительные приборы подключены по схеме, показанной на рис. 6.8, то режим работы каждого не зависит от их числа в фазах, а при отключении магистральным предохранителем одного линейного провода напряжение между двумя другими линейными проводами и мощность соответствующей фазы не изменятся. Отключение двух других фаз не произойдет, хотя мощность их уменьшится.

Рассмотренные методы анализа соединений одноименных фаз источника энергии и приемника звездой или треугольником можно распространить и на трехфазную цепь, у которой соединения фаз источника энергии и фаз приемника различные.

6.4. АКТИВНАЯ, РЕАКТИВНАЯ И ПОЛНАЯ МОЩНОСТИ ТРЕХФАЗНОГО СИММЕТРИЧНОГО ПРИЕМНИКА

В трехфазной цепи при симметричной нагрузке мощности всех фаз приемника одинаковы, а мощность приемника равна утроенному значению мощности одной его фазы.

Рассматривая одну фазу приемника как участок цепи синусоидального тока с комплексным сопротивлением $Z_\phi = Z_\phi e^{j\varphi}$, найдем по (4.41) его активную мощность

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos\varphi = 3 \frac{U_\phi^2}{Z_\phi} \cos\varphi = \sqrt{3} U_\lambda I_\lambda \cos\varphi, \quad (6.16)$$

где учтены соотношения между фазными и линейными токами и напряжениями в схеме звезды (6.6), (6.9) и треугольника (6.11), (6.15).

Аналогично определяются реактивная мощность приемника по (4.42)

$$Q = 3Q_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \sin \varphi = 3 \frac{U_{\phi}^2}{Z_{\phi}} \sin \varphi = \sqrt{3}U_{\Lambda}I_{\Lambda} \sin \varphi; \quad (6.17)$$

полная мощность приемника по (4.43)

$$S = 3S_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} = 3 \frac{U_{\phi}^2}{Z_{\phi}} = \sqrt{3}U_{\Lambda}I_{\Lambda}. \quad (6.18)$$

6.5. СРАВНЕНИЕ УСЛОВИЙ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНОГО СИММЕТРИЧНОГО ПРИЕМНИКА ПРИ СОЕДИНЕНИЯХ ЕГО ФАЗ ТРЕУГОЛЬНИКОМ И ЗВЕЗДОЙ

Выражение активной мощности симметричного приемника независимо от способа соединения его фаз с комплексным сопротивлением $Z_{\phi} = Z_{\phi}e^{j\varphi}$ звездой или треугольником (6.16) имеет вид

$$P = 3 \frac{U_{\phi}^2}{Z_{\phi}} \cos \varphi. \quad (6.19)$$

При соединении фаз приемника треугольником (рис. 6.9) фазное напряжение равно линейному (6.11):

$$U_{\phi\Delta} = U_{\Lambda},$$

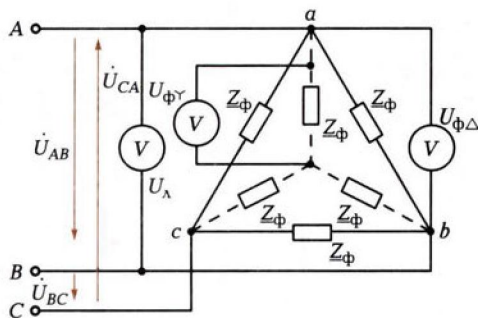


Рис. 6.9

а при соединении фаз этого же приемника звездой (на рис. 6.9 показано штриховой линией) фазное напряжение определяется с учетом (6.9)

$$U_{\phi\lambda} = U_{\lambda} / \sqrt{3}.$$

Подставив выражение для фазных напряжений в (6.20), при неизменном линейном напряжении ($U_{\lambda} = \text{const}$) получим соотношение активных мощностей симметричного приемника при переключении его фаз со схемы треугольника на схему звезды

$$P_{\Delta} = 3P_{\lambda}. \quad (6.20)$$

Реактивная (6.17) и полная (6.18) мощности приемника также в три раза уменьшаются.

Переключение фаз приемника используется, например, для уменьшения пусковых токов трехфазных асинхронных двигателей, изменения температуры нагрева трехфазных электрических печей и т. д.

6.6. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ И ЭНЕРГИИ В ТРЕХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Измерение активной мощности в трехфазных электрических цепях в зависимости от режима их работы (симметричный или несимметричный) и схемы соединения фаз источника и приемника (с нейтральным или без нейтрального провода) производят

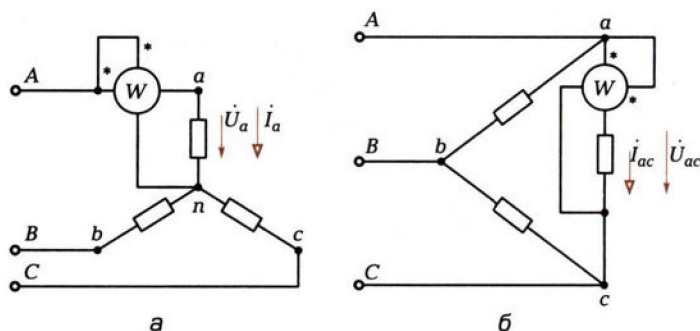


Рис. 6.10

методами одного, двух или трех приборов. Этими приборами являются ваттметры, например, электродинамической системы (см. подразд. 5.5).

Если фазы симметричного приемника доступны для подключения ваттметра, то для измерения его активной мощности (6.19) применяется *метод одного прибора* для измерения активной мощности одной фазы (рис. 6.10, а и б).

Если фазы симметричного приемника недоступны, то для измерения его активной мощности одним ваттметром используется *искусственная нейтральная точка*. Это нейтральная точка n (рис. 6.11) симметричного приемника с соединением фаз звездой, в котором одну фазу образует цепь напряжения ваттметра сопротивлением R_v , а две другие — резисторы сопротивлением $R_b = R_c = R_v$.

Напряжение \dot{U}_a цепи напряжения и ток \dot{I}_a цепи тока ваттметра равны напряжению и току одноименной фазы цепи симметричного приемника по схеме звезда или одноименной фазы эквивалентной звезды (см. подразд. 2.10) цепи симметричного приемника по схеме треугольник. В обоих случаях ваттметр будет измерять активную мощность одной из трех одинаковых фаз.

Для измерения активной мощности несимметричного приемника без нейтрального провода применяется *метод двух приборов* (рис. 6.12, а). При этом активная мощность приемника равна ал-

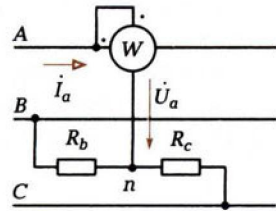
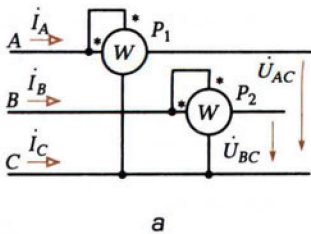
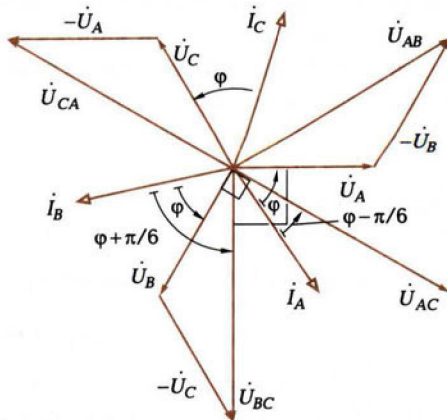


Рис. 6.11



а



б

Рис. 6.12

гебраической сумме показаний двух ваттметров, одно из которых может быть отрицательным.

Докажем справедливость этого метода.

При соединении фаз приемника звездой его мгновенная мощность равна мгновенной мощности источника

$$p = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C.$$

По первому закону Кирхгофа в трехфазной цепи без нейтрального провода

$$i_C = -(i_A + i_B).$$

Подставив это значение тока i_C в выражение мгновенной мощности, получим

$$p = (u_A - u_C)i_A + (u_B - u_C)i_B = u_{AC}i_A + u_{BC}i_B.$$

Сумму средних значений двух произведений, т. е. активную мощность приемника, можно измерить двумя ваттметрами:

$$P = P_1 + P_2 = U_{AC} I_A \cos(\psi_u - \psi_i) + U_{BC} I_B \cos(\psi_u - \psi_i), \quad (6.21)$$

где $\psi_u - \psi_i$ — угол сдвига фаз между соответствующими линейными напряжением и током.

Распределение измеряемой мощности приемника между показаниями двух ваттметров зависит от углов сдвига фаз между линейными напряжениями и токами (6.21). Проследим эту зависимость для симметричного приемника. На рис. 6.12, б построена векторная диаграмма напряжений и токов симметричного приемника, фазы которого соединены звездой. Углы сдвига фаз между соответствующими фазными напряжением и током одинаковы и равны аргументу φ комплексного сопротивления фазы приемника. Из диаграммы следует, что при симметричном приемнике углы сдвига фаз между векторами \dot{U}_{AC} и \dot{I}_A , \dot{U}_{BC} и \dot{I}_B соответственно равны $\varphi - \pi/6$ и $\varphi + \pi/6$.

Сумма показаний двух ваттметров по (6.21) равна активной мощности симметричного приемника (6.16)

$$P = P_1 + P_2 = U_\lambda I_\lambda \cos(\varphi - \pi/6) + U_\lambda I_\lambda \cos(\varphi + \pi/6) = \sqrt{3} U_\lambda I_\lambda \cos\varphi, \quad (6.22)$$

где $U_\lambda = U_{BC} = U_{AC}$ и $I_\lambda = I_A = I_B$ — линейные напряжение и ток.

Из формулы (6.22) следует, что при симметричном приемнике показания ваттметров P_1 и P_2 будут равны только при $\varphi = 0$. При $\varphi > \pi/3$ показание второго ваттметра P_2 будет отрицательным.

Можно не доказывать возможность измерения активной мощности методом двух ваттметров при соединении фаз приемника треугольником, так как его цепь можно представить эквивалентной звездой (см. подразд. 2.10).

Метод трех приборов (рис. 6.13) применяется для измерения активной мощности несимметричного приемника с нейтральным проводом. При этом каждый ваттметр измеряет активную мощность одной фазы приемника. Активная мощность приемника равна сумме показаний трех ваттметров:

$$P = P_1 + P_2 + P_3.$$

Методы двух и трех приборов при измерении активной мощности приемника справедливы не только при несимметрии линейных токов, но и несимметрии линейных напряжений.

Ваттметры для контроля работы трехфазной цепи имеют на общей оси два или три измерительных механизма, которые действуют на общий указатель и включаются в трехфазную цепь в соответствии с методами измерений двух или трех приборов.

Счетчики для учета активной энергии в трехфазных цепях имеют два или три индукционных механизма (см. подразд. 5.7), действующих на общую ось счетчика и через нее — на отсчетное устройство. Схемы включения этих счетчиков соответствуют схемам включения ваттметров для измерения активной мощности методом двух или трех приборов.

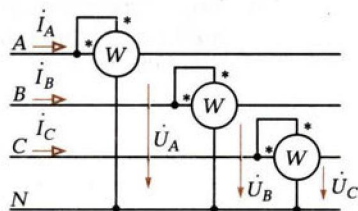


Рис. 6.13

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем различия ЭДС, индуцируемых в фазных обмотках трехфазного источника электрической энергии?
2. Какие токи и напряжения в трехфазной цепи называются фазными и какие — линейными?
3. В каких случаях в трехфазной цепи применяется нейтральный провод и каково его назначение?
4. В каких случаях для измерения мощности трехфазного приемника электрической энергии применяется метод одного прибора, двух приборов, трех приборов?

5. Какой трехфазный приемник электрической энергии называется симметричным и какой — несимметричным. Приведите примеры?

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Действующее значение линейного напряжения трехфазной цепи равно $U_n = 10\sqrt{3} = 17,3$ В. Чему равно действующее значение фазного напряжения U_ϕ симметричного приемника при соединении его фаз звездой?

Ответ: 10 В.

2. Сохранив условия задачи 1, определите действующее значение фазного тока, если цепь каждой фазы содержит последовательное соединение резистивного и индуктивного сопротивлений $R = X_L = 10$ Ом.

Ответ: $1/\sqrt{2} = 0,7$ А.

3. Сохранив условия задач 1 и 2, определите активную, реактивную и полную мощности приемника.

Ответ: 15 Вт; 15 вар; 21,2 В · А.

4. Сохранив условия задач 3 и 4, определите действующее значение фазного тока, активную, реактивную и полную мощности приемника, если его фазы переключены со схемы «звезда» на схему «треугольник».

Ответ: $\sqrt{3}/2 = 1,2$ А; 45 Вт; 45 вар; 63,6 В · А.